

МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Питання для підготовки до заліку (скорочений список)

Ті, хто здав на заліку теорію за I семестр, звільняються на екзамені від усіх питань першого семестру окрім питань, виділених нижче жирним шрифтом.

1. Хвильове рівняння та його властивості, хвильове поле. Фізичні системи, описувані хвильовим рівнянням: одновимірне пружне середовище, коливання струни, приклади з механіки суцільного середовища та електродинаміки. Фізичний смисл хвильового поля, його похідних та хвильового рівняння у різних моделях. Інші лінійні рівняння, що описують хвилі.
2. Рівняння у частинних похідних (РЧП) і задача для РЧП. Класичний розв'язок диференціального рівняння. Коректно поставлена задача для РЧП, приклади некоректно поставлених задач з курсу. Перша крайова задача для хвильового рівняння на відрізку, межові та початкові умови, вимоги до розв'язку задачі. Дані задачі й вимоги до них. Фізична постановка задачі та взаємозв'язок між фізичною і математичною постановками.
3. Межові умови I, II і III роду та їх фізичний смисл у різних моделях, однорідні й неоднорідні межові умови.
4. Хвильове поле в резонаторі. Основна допоміжна задача методу відокремлення змінних. Процедура відокремлення змінних, задача Штурма-Ліувілля, власні моди та їх фізичний смисл. Моди найпростіших одновимірних резонаторів. Перевірка правильності знаходження власних функцій, використання осциляційної теореми.
5. Задача про вільні коливання поля у резонаторі при заданих початкових умовах. Постановка задачі, загальний (формальний) розв'язок, формальна процедура задоволення початкових умов. Ортогональність власних функцій задачі Штурма-Ліувілля. Ряд Фур'є за системою ортогональних функцій.
6. Рівняння теплопровідності. Дифузія на прямій, баланс кількості частинок і рівняння неперервності, рівняння дифузії і теплопровідності, їх можливі узагальнення.
7. Постановка задач для рівняння теплопровідності, загальні властивості розв'язків одновимірного однорідного рівняння.
8. Рівняння Лапласа і Пуассона. Фізичні системи, описувані цими рівняннями, і крайові умови до них. Задачі Діріхле і Неймана, їх особливості і фізичний смисл.
9. Принцип суперпозиції у лінійних задачах МФ: поле і його джерела, характер зв'язку між ними. Розкладання розв'язку на складові за видами джерел поля, зведення загальної задачі до задач з окремими видами джерел. Методи розв'язання задач математичної фізики як варіанти реалізації принципу суперпозиції (*самостійно підібрати приклади з лекцій і практичних занять*).
10. Метод частинних розв'язків, взаємозв'язки між задачами з різними видами джерел, перетворення одних задач в інші. Приклади застосування різних типів (*самостійно підібрати приклади з практичних занять*).
11. Метод розкладання за власними функціями, нормальні координати поля. Два варіанти його реалізації на прикладі задач для хвильового рівняння на відрізку з неоднорідними межовими умовами і з неоднорідним рівнянням.
12. Метод характеристик. Загальний розв'язок одновимірного хвильового рівняння та його фізична інтерпретація як суперпозиції хвиль з протилежними напрямками поширення, основні властивості хвиль у даній моделі, їх зв'язок з властивостями моделі. Модова і хвильова картини поля.
13. Задача про вільні коливання нескінченної струни. Постановка задачі, формула Даламбера, її фізична інтерпретація, фазова площа, характеристичний трикутник, причинність, поняття про світловий конус.

14. Збереження парності для нескінченної струни і метод непарного продовження для півнескінченної струни, його застосування до інших рівнянь і задач, приклади (*підібрати самостійно*).
15. Інтегральне перетворення Фур'є (ПФ), умови його застосовності та властивості. Розв'язання диференціальних задач за допомогою ПФ, приклад: задача про поширення тепла на необмеженій прямій, особливості її постановки та розв'язок у вигляді інтеграла Фур'є.
16. Представлення розв'язку одновимірної задачі про поширення тепла на необмеженій прямій через функцію Гріна (ФГ), її фізичний смисл та властивості. Поняття про дельта-функцію (формальне означення і властивості) та узагальнений розв'язок, зв'язок ФГ з дельта-функцією.
17. Приклади ФГ одновимірних задач, розв'язаних методом відокремлення змінних і методом характеристик.
18. Представлення через ФГ розв'язків крайових задач з неоднорідним рівнянням і початковими умовами загального вигляду. Задача на функцію Гріна.
19. Інтегральне перетворення Лапласа і його властивості. Означення і механізм дії на прикладі функції $f(t) = e^{\beta t}$, аналітичні властивості зображення, властивості інтегрального перетворення Лапласа, приклади зображень. Спільне й відмінне між перетвореннями Лапласа і Фур'є, зв'язок між ними.
20. Приклад застосування ІІ Лапласа: функція Гріна задачі Коші для хвильового рівняння на необмеженій прямій.
21. Приклад застосування ІІІ Лапласа: метод Дюамеля, поверхневі функції Гріна.
22. Автомодельний розв'язок рівняння теплопровідності (*якщо з'явиться у конспекті*).